

# **La Predicción y el Azar**

## **–Programa y bibliografía sugerida–**

Licenciatura en Educación Secundaria

Especialidad: Matemáticas

Sexto semestre

Programa para la Transformación  
y el Fortalecimiento Académicos  
de las Escuelas Normales

México, 2002



Subsecretaría de Educación Básica y Normal

## Introducción

El estudio de la probabilidad juega un papel importante dentro del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, ya que se abordan algunos problemas a través de la exploración empírica de situaciones aleatorias, formular hipótesis, contrastar sus expectativas con los resultados que se presentan experimentalmente, producir y discutir sus propias explicaciones. Las explicaciones ayudan al desarrollo de las nociones matemáticas y en todo caso constituyen una fuente de inspiración para que el profesor enriquezca sus actividades de enseñanza.

Mediante el estudio de *la predicción y el azar* se utilizara la comunicación verbal y escrita para expresar ideas y pensamientos probabilísticos. El usar los conocimientos probabilísticos y procedimientos analíticos como herramientas que permitan verificar, comprobar y poner de manifiesto la veracidad o no de las hipótesis y conjeturas realizadas para interpretar y explicar una situación manipulativa o mental. En este contexto los estudiantes deberían llegar a valorar más el propio proceso de pensamiento que los resultados inmediatos. Identificar situaciones y aplicaciones diversas del conocimiento probabilístico en distintos ámbitos de la actividad humana (social, científica, tecnológica, estética, etc.) percibiendo el papel que juegan como lenguaje e instrumento en situaciones muy diversas. Cabe señalar que por parte de los estudiantes hagan la apreciación de las situaciones del azar en la realidad a través de los campos de aplicación de la probabilidad: el hombre y su mundo biológico, físico, social y político. Reconocer las relaciones e interconexiones que existen dentro de las propias matemáticas, además de reconocer la realidad como diversa y susceptible de ser explicada desde puntos de vista contrapuestos y complementarios. En particular y en los casos que nos ocupan diferenciar los fenómenos deterministas y aleatorios. Desarrollar pequeñas investigaciones que suponen la realización, en algunas actividades, de un estudio con detenimiento, y que potencialmente tienen el valor añadido de favorecer en los estudiantes el desarrollo de cualidades personales como la perseverancia y la dedicación sostenida en el empeño. Actuar, en situaciones tanto reflexivas como manipulativas, de acuerdo con los modos propios de la actividad matemática.

## Organización de contenidos

Los contenidos están organizados en cuatro bloques temáticos el primero se tratará lo referente al azar, como: los juegos de azar y la diferencia entre los fenómenos aleatorios y deterministas. En el segundo bloque se verá en detalle las técnicas de conteo como son: las permutaciones y combinaciones, así como sus propiedades y aplicación en el cálculo de probabilidades. Los diferentes tipos de probabilidad, sus propiedades y características, haciendo énfasis en la diferencia entre la probabilidad clásica y la de frecuencias. Gran parte de los problemas cotidianos no son tan simples si no que están condicionados, estos caen dentro de las probabilidades condicionadas. Las principales funciones de probabilidad y las variables aleatorias, se verán en el último bloque.

## Orientaciones didácticas

En el caso de esta asignatura se sugiere desarrollarla en forma de taller, con actividades que se pueden distribuir en sesiones de una a dos horas cada una. En general cuando se plantea un problema y se resuelva en forma individual o en equipo, se requiere resaltar los aspectos principales que se tratan y confrontar las posibles diferencias en la interpretación y los diferentes planteamientos de solución.

En las actividades donde se sugiere resolver problemas es fundamental que la búsqueda de procedimientos de solución recaiga en los estudiantes y que el profesor trate de organizar los puntos en común, fomentar la confrontación entre ellos y profundizar en los conceptos en los casos que sea necesario.

Es conveniente que en las actividades manipulativas los estudiantes lleven un registro de los resultados, los comparen y analicen. El hacer la actividad acompañándola de una reflexión llevará sin duda a los estudiantes a comprender mucho mejor los conceptos probabilísticos. Se sugiere que el profesor no tenga miedo en aplicar este tipo de actividades, aunque muchos profesores tratan de evitarlas porque ocupan mucho tiempo y piensan que es un desperdicio, porque son ruidosas, los estudiantes se dispersan mucho y provocan en sí mismos y en otros la impresión de que no están trabajando sino jugando.

Aunque los estudiantes tengan experiencias cotidianas de fenómenos aleatorios y manejen de manera natural la probabilidad, éstas por sí solas no bastan, es necesario repetir muchas experiencias, de manera crítica y reflexiva, haciendo predicciones y viendo si se satisfacen. Además, conviene que las actividades recurran a un gran surtido de materiales posibles: los juegos clásicos de ruletas, urnas, dados, volados, barajas, etc., son sumamente eficaces. Los ejercicios múltiples, frecuentes y diversos, permitirán al estudiante ir aprehendiendo los conceptos nada triviales de azar y probabilidad. Los conceptos de probabilidad sólo pueden ser aprendidos si se realizan muchos experimentos y se van haciendo reflexiones sobre los resultados.

## Propósitos generales

- Que los estudiantes usen los conocimientos probabilísticos como herramienta para dar solución a problemas de carácter social, científico o tecnológico.
- Que los estudiantes tengan una precisión del lenguaje probabilístico, sepan dar una explicación sistemática de alternativas y cuenten con la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones y además fomentar la curiosidad e imaginación.
- Que los estudiantes desarrollen las habilidades de inferir, generalizar y comunicar los conocimientos de probabilidad y sepan relacionarlos con los temas que se abordan en *nociones de probabilidad* en secundaria.

## Bloque I. El azar

1. Los juegos de azar.
2. El lenguaje de azar.
3. Fenómenos aleatorios y deterministas.
4. Formas de registro.

## Propósitos

Construir el concepto de azar en forma intuitiva a partir del análisis de juegos de azar, en particular los tradicionales de su comunidad y situaciones de la vida cotidiana, formalizando su lenguaje matemático y probabilístico.

## Bibliografía básica

Introducción a la Probabilidad. A. Ruiz Moncayo. Fondo de Cultura Económica.  
Espacios probabilizables. Samuel Escarela Cornejo. Serie: notas de clase No. 178-1991, publicaciones de matemáticas, Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la U.N.A.M.  
Libro para el maestro matemáticas, secundaria. SEP, segunda edición (2001).  
Fichero de actividades didácticas, matemáticas, secundaria. SEP, segunda edición (2000).

## Bibliografía complementaria

Azar y probabilidad. Godino, Batanero y Cañezares. Ed. Síntesis.  
Los juegos de azar (Guías número 13). David Spanier. Ed. T.I.S.A. , La Vanguardia.  
¿De cuantas formas?. Combinatoria. Vilenkin, Ed. Mir.  
Actividades sobre azar y probabilidad. De la Cruz López M<sup>a</sup>. Concepción y Llorente Medrano Jesús. Ministerio de educación y ciencia, Ed. Narcea S. A. (1993).

## Actividades sugeridas

Se propone la actividad para dos sesiones. El grupo se organizará por equipos.  
En la primera sesión el profesor escribirá en el pizarrón una lista de juegos como:

**Máquinas tragaperras.**

**Loterías.**

**Cartas:** póker, 7½, conquian, burro castigado, canasta, etc.

**Monedas:** bolados, desaparejos, etc.

**Dados:** con dos sacar 7, póker, etc.

**Dominó.**

**Ruleta, Bingo, Serpientes y escaleras, etc.**

El profesor llevará algunos juegos de la lista, pedirá a cada equipo que elijan un juego y contesten los puntos siguientes:

- a) Definición: en muy pocas líneas explicar en que consiste el juego.
  - b) Descripción: dependiendo del juego dar respuesta a estas cuestiones, siempre que tengan sentido :
    - ¿Cuáles son los objetos para jugar?
    - ¿Cómo se juega?
    - ¿Cuántos jugadores pueden jugar?
    - ¿Que hay que hacer para ganar?
    - Etc.
- a) Después de jugar contesten:
    - ¿Hay estrategias que permitan ganar?
    - ¿Tiene ventaja alguno de los jugadores?

Cada equipo expondrá su trabajo. El profesor fomentara la discusión para confrontar los distintos puntos de vista sobre las características de cada juego.

En la segunda sesión. Los equipos estarán conformados de la misma manera que la sesión anterior y el profesor pedirá que contesten lo siguiente:

- b) Análisis: siempre que tenga sentido dar respuesta a las siguientes preguntas, y puede haber otras cuestiones a contestar según el juego elegido.
  - ¿Cuál es el número de jugadores posibles?
  - ¿Cuáles y cuántos son los posibles resultados que se pueden dar?
  - ¿Cuántas jugadas son favorables a un determinado jugador?
  - ¿Qué posibilidades hay de ganar?
  - ¿Qué posibilidades de ganar tiene cada uno de los jugadores?
  - Si el juego es de apuestas, ¿es justo o equitativo?
  - Etc.

Cada equipo expondrá su trabajo. El profesor fomentara la discusión para confrontar los distintos puntos de vista que puedan haber. También les hará ver que en los juegos de azar existe la incertidumbre en el jugador y para determinar o cuantificar se requiere del cálculo de las probabilidades.

Ante el grupo el profesor planteará la siguiente pregunta ¿qué es el azar? A medida que los estudiantes expresan sus opiniones, el profesor anotará en el pizarrón los aspectos relevantes y después confrontara las distintas opiniones de los estudiantes a fin de llegar a definir las características principales del azar. Posteriormente, leerán la lectura “la noción de azar” (páginas 335 y 336 del *Libro para el maestro*), realizar la actividad “el lenguaje del azar” propuesta en la página 336.

Ante el grupo y retomando la actividad 1, el profesor planteará: si todos los juegos son de azar, posiblemente todos o gran parte de los estudiantes dirán que sí, pero uno o varios dirán que no en forma dudosa. A los que digan que no preguntarles ¿por qué? ¿qué juego no es de azar o es determinista? El profesor inducirá a la confrontación y planteará si el ajedrez es un

juego de azar o no.

Organizados en equipos, el profesor pedirá que: describan 3 experimentos aleatorios y 3 experimentos deterministas de la vida cotidiana y/o escolar. Cada equipo expondrá sus resultados siempre y cuando los experimentos sean diferentes, ante el grupo se analizarán y se determinarán las características principales y diferencias entre los dos tipos de fenómenos.

## Bloque II. Técnicas de conteo (Análisis combinatorio).

1. Diagramas de árbol y arreglos rectangulares.
2. Principio de conteo.
3. Permutaciones.
4. Combinaciones.
  - Propiedades.
  - Triángulo de Pascal.
  - Teorema del binomio.

### Propósitos

Que los estudiantes desarrollen la habilidad para aplicar las técnicas de conteo en resolución de situaciones problemáticas que se le presenten en la vida cotidiana y/o escolar.

### Bibliografía básica

- Estadística inferencial básica. Castillo Padilla Juana y Gómez Arias Jorge. Ed. Iberoamérica. (1998).  
Wisniewski P. Ejercicios y problemas de teoría de las probabilidades. Ed. Trillas. (1998).  
Probabilidad y Estadística para ingenieros y ciencias. Mendenhall William y Sincich Terry. Ed. Prentice Hall. Pearson Educación. (1997).  
Wisniewski P. Ejercicios y problemas de teoría de las probabilidades. Ed. Trillas. (1998).

### Bibliografía complementaria

- Calculus (volumen 2). Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades. Tom M. Apostol. Ed. Reverté.

### Actividades sugeridas

Organizado el grupo en equipos, el profesor propone el siguiente problema:

Vamos a una cafetería que vende tortas. Las tortas las dan solo con jamón, pierna, pollo, etc. Uno debe de prepararse su torta a su gusto y un anuncio nos dice:

Con los ingredientes  
**lechuga, jitomate, aguacate y cebolla.**  
Preparare su torta  
en **una** de **16** formas posibles.

El profesor preguntará:

¿Está el anuncio en lo correcto?

El profesor hará énfasis en que justifiquen su respuesta. Cada equipo explicará la forma en que resolvió en problema, posiblemente algunos estudiantes hagan una tabla o arreglo rectangular, un diagrama de árbol o hagan las combinaciones en arreglos de las letras iniciales de los ingredientes por ejemplo: (l, j, a, c), (l, j, a, c), etc.

El profesor planteará a los estudiantes las siguientes cuestiones:

a) ¿ Notaron algún patrón para construir el árbol o tabla u arreglo? Si los estudiantes no encuentran ninguna relación el profesor cuestionará y fomentara a que descubran que uno puede decidir en ponerle o no el ingrediente a la torta.

b) Si se deseara hacer un cartel mostrando las diferentes formas en que pueden prepararse una torta ¿cuál sería más recomendable de hacer, de tal manera que cualquier persona lo entienda?

c) ¿Qué pasaría si tuviéramos más ingredientes por ejemplo 10?

d) ¿Habría necesariamente que enumerarlas todas para saber de cuantas formas puede prepararse una torta?

e) ¿Qué tal si nos interesara saber cuántas cajas distintas pueden fabricarse si cada una tiene impreso un número de 5 dígitos?

f) ¿Qué ocurre al construir el árbol?

El profesor fomentara la discusión sobre cuál es más conveniente de utilizar.

El profesor plantee los siguientes problemas:

Una propuesta para las nuevas placas de los automóviles es que tengan solo un número de seis dígitos en lugar de la combinación de letras y números. ¿Cuántas placas se tienen que hacer?

a) Se nombra una persona supersticiosa a dirigir el Departamento de Obras Públicas. Por considerarlo de mala suerte, establece que los dígitos en las placas no pueden repetirse. ¿Cuántas placas distintas se pueden hacer ahora?.

b) Una vez resueltos los dos problemas analizar los procedimientos utilizados por los estudiantes, encontrar una forma común para resolverlos y definir las diferencias entre las permutaciones y combinaciones.

El profesor propondrá el siguiente problema que resolverán por equipo.

a) ¿Cuántas maneras hay de seleccionar un comité de 5 personas cuando tenemos un grupo de 7 mujeres y 5 hombres?

b) ¿De cuántas maneras podemos seleccionar un comité de 5 personas si ese comité debe tener 3 mujeres y 2 hombres?

c) ¿De cuántas maneras podemos seleccionar un comité de 5 personas si ese comité debe tener 3 mujeres y 2 hombres y hay dos mujeres que no pueden servir juntas?

De las tres preguntas en la tercera habrá ciertas diferencias, tal vez algunos no entiendan el problema y el profesor tendrá que recalcar que dos de las mujeres no pueden estar juntas y no sabemos cuáles son. El profesor debe estar pendiente de cada uno de los equipos, guiándolos y aclarando sus dudas como: ¿si quitamos a una de las dos mujeres el problema está resuelto? ¿se pueden quitar a las dos mujeres conflictivas? ¿son combinaciones o permutaciones? ¿si una se llama X y la otra Y a cuál quitamos?

### Bloque III. Probabilidad

1. Historia
2. Probabilidad de frecuencia relativa
3. Probabilidad clásica
5. La regla de la suma y del producto
6. Probabilidades condicionadas

### Propósitos

Que los estudiantes utilicen la comunicación verbal y escrita para expresar sus ideas y pensamientos sobre la historia y conocimiento de la probabilidad y sus diversas aplicaciones en la actividad humana.

Utilizar el conocimiento de la probabilidad en la solución de problemas cotidianos, adquirir el concepto de probabilidad clásica a partir del concepto de la probabilidad frecuencial y sepan distinguir las características entre ellas, así como su relación.

Que utilicen los procedimientos analíticos como herramientas que le permitan comprender, interpretar y explicar las reglas de la suma y el producto de la probabilidad, así como la probabilidad condicionada.

### Bibliografía básica

Probabilidad y Estadística para ingenieros y ciencias. Mendenhall William y Sincich Terry. Ed. Prentice Hall. Pearson Educación. (1997).

Wisniewski P. Ejercicios y problemas de teoría de las probabilidades. Ed. Trillas. (1998).

Probabilidad y Estadística, conceptos, modelos, aplicaciones en Excel. Paulo Afonso Lopes. Ed. Prentice



Hall. Pearson Educación.

Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo. EMAT. SEP (2000).

La estadística en cómic. Gonick L. Ed. Zenderera Zariquiey. (1999).

Las probabilidades y la vida. Colección ¿qué sé? N° 55. Borel Emile. Ed. Oikos-tau. (Pág. 37-50).

## Bibliografía complementaria

Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones (volumen I). Feller W. Ed. Limusa-Wiley

Introducción al Cálculo de Probabilidades. Gnedenko B. V. y Jinchin A. I. Ed. Eudeba.

Elementos de la Teoría de Probabilidades. Harald Cramér. Ed. Águilar.

Calculus (volumen 2). Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades. Tom M. Apostol. Ed. Reverté.

Actividades sobre azar y probabilidad. De la Cruz López M<sup>a</sup>. Concepción y Llorente Medrano Jesús. Ministerio de educación y ciencia, Ed. Narcea S. A. (1993).

Matemáticas. Colección científica del Time Life. David Bergamin. Ed. Ediciones Culturales Internacionales.

## Actividades sugeridas

Que el profesor plantee el problema de Galileo del texto *Problemas de azar que han hecho historia*, los estudiantes trabajarán en equipo y se analizará ante el grupo, posteriormente el profesor dará a cada equipo uno de los problemas restantes a fin de que lo analicen y discutan entre ellos. El profesor les ayudará en la comprensión del problema y en una posible solución, no es necesario que den una solución precisa, sino que se den cuenta que estos problemas han ayudado en el desarrollo de la probabilidad.

Organizado el grupo en equipos, el profesor les indicara que identifiquen eventos de su alrededor en los que puedan predecir con certidumbre el resultado que ocurrirá. Mencionen varias situaciones donde usen el término probabilidad y ¿qué significado tiene para ellos?. Los equipos expondrán sus trabajos, el profesor fomentará la confrontación y discusión entre los estudiantes. El profesor se encontrará que los estudiantes mencionen frases como “es probable que hoy llueva”, “es poco probable que pueda ir a la fiesta de mañana” o es posible que pueda ganar el primer premio de la lotería. El profesor preguntará ¿son estas frases equivalentes? ¿qué queremos decir con ellas? ¿si un suceso es posible, es también probable? ¿si un suceso es probable, es también posible? y haga ver a los estudiantes la necesidad de utilizar un lenguaje con un poco más de formalidad y que cuando decimos probabilidad nos referimos a la medida en que creemos que un evento o suceso particular ocurra.

El profesor planteará lo siguiente: Queremos ver si es fácil aprobar un examen de diez preguntas de selección múltiple si adivinamos todas las contestaciones prueba, de selección

múltiple con 10 preguntas. Cada una de estas preguntas tiene cuatro alternativas de las cuales sólo una es correcta. Para aprobar este examen es necesario obtener siete o más contestaciones correctas, ¿crees que es posible aprobar el examen si adivinas todas las contestaciones?

El profesor dice que hoy hará un examen sorpresa de acuerdo con las indicaciones anteriores, que son 10 preguntas y es de opción múltiple y lo contestarán al azar, el sólo mencionara el número de la pregunta y únicamente anotarán la letra que crean que es la correcta, pero primero se calificarán, anotando en la esquina derecha lo que esperan sacar de calificación. Aplica el examen y para calificarlo, el profesor da las respuestas correctas, las cuales están dadas en forma aleatoria, y están dadas por medio de una urna con cuatro canicas de distintos colores. Posteriormente se construyen las tablas:

Calificación esperada									
Calificación obtenida									

Calificación										
frecuencia										

Por ejemplo al aplicar el examen en un grupo de 23 estudiantes, se obtuvieron los siguientes resultados:

Calificación esperada		0																		
Calificación obtenida																				

Calificación	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
frecuencia	0	0	0	0	0	2	6	5	8	2

Que el profesor plantee problemas similares a los siguientes de acuerdo a los datos obtenidos del examen aplicado anteriormente:

a) De un grupo de 23 estudiantes, se elige a uno al azar. Si el estudiante esperaba sacar más de 3. ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya logrado?

b) En un grupo estudioso de probabilidad, se escoge una calificación al azar, de los resultados obtenidos en el examen. Si la suma de la calificación esperada y obtenida es 4, ¿cuál es la probabilidad de que la calificación esperada y la calificación obtenida sean iguales?

c) Dado que la calificación esperada es  $< 5$ , ¿cuál es la probabilidad que la calificación real sea igual a la esperada?

De un grupo de 23 estudiantes, se eligen 3 al azar, si uno de ellos sacó 3, ¿cuál es la probabilidad de que los otros dos hayan obtenido calificación 4 cada uno?

Los problemas se discuten ante el grupo y motivando a los estudiantes a que se dé una confrontación de los métodos utilizados para resolverlos.

Dar a cada estudiante un dado y que haga una serie de 24 lanzamientos registrando el número de veces que sale cada cara. Antes de iniciar los lanzamientos del dado, el profesor pedirá que escriban el número de veces que esperan que salga cada una de las seis caras y registrar los datos en la tabla.

Car a	Número de veces esperado	Número de veces obtenido	Razón # obtenido/ 24
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Después hacer el registro de todo el grupo.

C ara	# esperado por todo el grupo	Razó n	Resultados obtenidos por todo el grupo	Razó n todos
1				
2				
3				
4				
5				
6				

El profesor pedirá que cada estudiante lea con atención el texto “la ruleta rusa”, trabajando en equipo contestar a la cuestión del final. El problema tiene varias soluciones, dependiendo de cómo se interprete el juego de la ruleta rusa, si se considera que antes de jalar el gatillo se gira el tambor o cilindro giratorio siendo cada evento independiente, pueden también considerar a los dos primeros tiros independientes y los dos últimos en serie o considerar los cuatro tiros consecutivos sin girar el tambor.

Organizado el grupo en equipos. El profesor tendrá tres urnas: la primera con 3 bolas blancas y 2 negras, la segunda con 2 bolas blancas y 4 negras, y la tercera con 2 bolas blancas y 6 negras.

El profesor pedirá a un estudiante pase y extraiga una bola de una urna elegida al azar y resulta ser blanca. (Al hacer el experimento la bola es blanca o negra, dependiendo del color de la bola que se saca, el profesor cambiará el color, en lugar de blanco poner negro.)

¿Cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la segunda urna?

En caso de que los estudiantes tengan dificultades para resolver el problema, el profesor planteará algunas de las siguientes preguntas para orientarlos:

¿Cuáles son los eventos que se tienen?

¿Qué probabilidad es la que debemos calcular?

¿En la urna dos cuál es la probabilidad de que sea bola blanca?

¿Cuál es el total de casos de que sea bola blanca?

¿Cuáles son los casos favorables?

Algunos estudiantes lo podrán resolver de manera diferente utilizando técnicas de conteo, diagramas de árbol, etc.

Los equipos expondrán sus resultados y el profesor fomentara la confrontación y la guiará a determinar la probabilidad condicional.

Se organiza el grupo en equipos y se plantea el siguiente problema:

En el aeropuerto de una ciudad, el 30% de los días hay niebla. La probabilidad de que se produzca un accidente en un día con niebla es de 0.001 y si no hay niebla la probabilidad baja a 0.0001. Cierta día ocurrió un accidente ¿Cuál es la probabilidad de que fuera un día con niebla? Para ayudar a los estudiantes el profesor planteará preguntas similares a las de la actividad anterior.

## Bloque IV. Funciones de distribución

1. Variables aleatorias
2. Distribución Bernoulli
3. Distribución Binomial
4. Distribución Normal

### Propósitos

Que los estudiantes sepan las características de las variables aleatorias así como de las funciones de distribución y hagan buen uso de la información probabilística contenida en las tablas de probabilidad, para el análisis de las distribuciones binomial y normal.

## Bibliografía básica

- Probabilidad y Estadística para ingenieros y ciencias. Mendenhall William y Sincich Terry. Ed. Prentice Hall. Pearson Educación. (1997).
- Wisniewski P. Ejercicios y problemas de teoría de las probabilidades. Ed. Trillas. (1998).
- Probabilidad y Estadística, conceptos, modelos, aplicaciones en Excel. Paulo Afonso Lopes. Ed. Prentice Hall. Pearson Educación.
- La estadística en cómic. Gonick L. Ed. Zenderera Zariquiey. (1999).
- Acerca del tratamiento didáctico de la probabilidad. Alatorre Silvia. Correo del maestro No. 26, Julio 1998.

## Bibliografía complementaria

- Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones (volumen I). Feller W. Ed. Limusa-Wiley
- Introducción al Cálculo de Probabilidades. Gnedenko B. V. y Jinchin A. I. Ed. Eudeba.
- Elementos de la Teoría de Probabilidades. Harald Cramér. Ed. Águilar.
- Calculus (volumen 2). Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades. Tom M. Apostol. Ed. Reverté.

## Actividades sugeridas

Organizados por equipos y utilizando los datos del examen del bloque anterior calcular la probabilidad de aprobar el examen, es decir sacar por lo menos seis.

Para responder el problema tal vez algunos lo resuelvan por medio de un diagrama de árbol, otros calculen la probabilidad del número de aciertos, sin considerar la probabilidad de elegir una de las cuatro opciones de cada pregunta, otros lleguen a resolverlo por medio de la fórmula de la función de probabilidad binomial y graficando los datos.

Finalmente analizar y discutir los distintos procedimientos.

Para hacer esta actividad se requiere contar con una computadora con Excel. Se recomienda que trabajen por grupos de tres estudiantes por máquina. El profesor planteará el siguiente problema:

Sea un examen con 5 preguntas del tipo “verdadero-falso” y sea la variable aleatoria  $X$  el número de respuestas equivocadas. La probabilidad de que un estudiante acierte, al azar, una opción de respuesta en una pregunta es de 0.5.

El profesor cuestionará ante el grupo de cómo se distribuye la variable aleatoria  $X$  y ¿por qué? El profesor anotará en el pizarrón lo más relevante y guiará la confrontación hacia la conclusión de que se distribuye como una binomial y les dará la indicación que en excel utilicen la función DISTR.BINOM que les ayudará a resolver el problema. Tal vez los estudiantes no entiendan o sepan introducir los datos de la función, el profesor explicará que la función DISTR.BINOM da la probabilidad de  $x$  éxitos de la distribución binomial, o la suma acumulada de probabilidades desde  $x = 0$  hasta un valor estipulado.

DISTR.BINOM(núm\_éxitos,ensayos,prob\_éxitos,acumulado)

Donde:

núm\_éxitos es el número de éxitos que se desea.

ensayos es el número de repeticiones.

prob\_éxito es la probabilidad de éxito en cada repetición.

Acumulado es un valor lógico: si es VERDADERO, entonces la función da el valor de la probabilidad de que existan máximo  $x$  éxitos. Si es FALSO, calcula la probabilidad de exactamente  $x$  éxitos.

Dejar que los estudiantes practiquen, haciendo simulaciones, variando el número de ensayos y llevando un registro de las probabilidades, finalmente hacer un análisis de los resultados obtenidos de las simulaciones.

Después proponer que se resuelva el siguiente problema utilizando excel.

Un examen tiene 50 preguntas. Calcular la probabilidad de que un estudiante, marcando al azar las respuestas, obtenga una calificación mayor o igual a 6, en los siguientes casos:

- a) tiene 4 opciones;
- b) tiene 5 opciones.

El propósito es el de impedir que un estudiante totalmente ignorante de la materia obtenga una calificación mayor que 6 cuando marca al azar.

Entre todo el grupo se analizarán los resultados y se pondrá a discusión ¿si es necesario colocar 4 ó 5 opciones? En ambos casos la probabilidad es casi cero y finalmente el profesor cuestionará ¿será necesario colocar 4 opciones? Mientras los estudiantes dan sus justificaciones el profesor escribirá en el pizarrón lo más relevante, se analizará y se decidirá que es lo más conveniente en este caso.

Trabajando en equipos el profesor propondrá a los estudiantes el siguiente problema de preferencia darlo impreso en una hoja.

La distribución de la demanda (un número de unidades por unidad de tiempo) de un producto a menudo puede aproximarse con una distribución de probabilidad normal. Por ejemplo, una compañía de comunicación por cable ha determinado que el número de interruptores terminales de botón solicitados diariamente tiene una distribución normal con una media de 200 y una desviación estándar de 50.

- a) ¿En qué porcentaje de los días la demanda será menos de 90 interruptores?
- b) ¿En qué porcentaje de los días la demanda estará entre 225 y 275 interruptores?

Con base en consideraciones de costos, la compañía ha determinado que su mejor estrategia consiste en producir una cantidad de interruptores suficiente para atender plenamente la demanda en 94% de todos los días. ¿Cuántos interruptores terminales deberá producir la compañía cada día?

El profesor dará la indicación que deberán utilizar las tablas de valores de la distribución normal y les indicará que deben estandarizar la distribución normal: que tenga media igual a 0 ( $\mu = 0$ ) y desviación estándar igual a 1 ( $\sigma = 1$ ).